

Presupposti di progettazione

Matteo Gentileschi

Un convertitore statico attua una conversione di parametri di una grandezza elettrica, senza moti meccanici (pertanto presenta elevata dinamica). Affinché tale dispositivo adempia al proprio ruolo è necessario che, in fase progettuale, si tenga conto delle leggi Fisiche che dominano i fenomeni elettrici dai quali non è possibile in alcun modo prescindere. La pena per eventuali ignoramenti di taluni aspetti, che chiamiamo "vincoli fisici", sarà il danneggiamento del dispositivo anche in fase di funzionamento ordinario: pertanto l'assenza di affidabilità

1 Vincoli fisici: Compatibilità

Le variabili di stato (V.D.S) rappresentano lo stato energetico di un sistema, dunque non è ammissibile una variazione a gradino delle stesse. Un convertitore statico, per natura, funziona invece imponendo una discontinuità ("convertitore idealmente non dissipativo") costringendo il progettista a non trascurare il comportamento delle reattanze. Si consideri un induttore, nel quale la V.D.S. è la corrente che lo attraversa. L'equazione costitutiva dell'induttore con induttanza L , supposta in questa sede costante, è la seguente (dalla legge di Faraday):

$$v_L(t) = L \frac{di_L}{dt}$$

Si noti che, anche solo matematicamente, una variazione a gradino della corrente (ovvero a derivata con modulo virtualmente infinito) porterebbe ad un overshoot di tensione infinito che verterebbe inesorabilmente sulla causa che lo ha generato (interruttore). Affinché un circuito induttivo possa essere "aperto" senza che esso generi sollecitazioni distruttive è quindi necessario garantire la continuità della corrente che lo attraversa, ad esempio implementando il seguente schema circuitale :

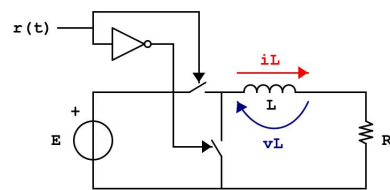


Figure 1: Deviatore

La funzione $r(t)$ è una funzione logica a due livelli (0 e 1). Se si suppongono ideali gli interruttori, ovvero che le commutazioni avvengano senza dinamica (con tempo nullo) e che non vi siano cadute su di essi, allora la forzante (nel caso in esame la tensione sul ramo RL) mostrerà andamento pari al prodotto tra $r(t)$ ed E . Per **dualismo**, le capacità sono incompatibili con "la chiusura". Chiudendo un condensatore su un generatore di tensione esso vedrà "forzata" a gradino la propria V.D.S.: la derivata della tensione sarà (virtualmente) infinita e pertanto anche la corrente che lo attraversa. **Rimane quindi invalicabile vincolo fisico quello di non poter chiudere un circuito capacitivo ed aprire un circuito induttivo senza particolari accorgimenti.** Quanto esposto fino ad ora serve per definire l'entità primitiva della conversione statica, ovvero la "cella canonica" che, per composizione di singole celle, consente l'implementazione dei circuiti per la conversione statica.

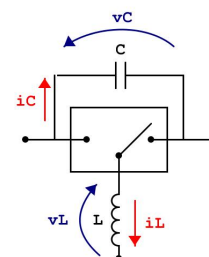


Figure 2: Cella canonica

2 Interruttori a semiconduttore

Il diodo e il transistor rappresentano le tipologie fondamentali di interruttori per questo tipo di applicazioni: il transistor viene "pilotato", ovvero funge da interruttore attivo mentre il diodo (che viene "comandato dal circuito" in cui si trova) serve per evitare che si abbiano delle sovratensioni sull'interruttore attivo. Nella scelta di tali componenti devono essere valutate la V_c e la I_L , rispettivamente tensione e corrente commutate, rendendo opportuno definire il parametro $Adim$, ovvero la potenza apparente di dimensionamento (prodotto tra V_c ed I_L). La commutazione reale non avviene istantaneamente ma presenta una dinamica che dipende dai componenti esterni nonché dai parassitismi. Il punto di lavoro percorrerà una certa traiettoria: tale traiettoria deve essere racchiusa all'interno dell'area detta S.O.A. (Safe Operating Area). I limiti di corrente (sovra-correnti ammissibili) sono correlati ai limiti termici: una disomogeneità del semiconduttore può causare un aumento locale della temperatura con conseguente diminuzione di resistività: si innesca una reazione positiva, ovvero la diminuzione della resistività fa sì che nella zona in esame la corrente trovi un percorso preferenziale e vi si incanali, provocando ulteriore aumento della temperatura. Inoltre la conoscenza delle proprietà reali degli interruttori consente la valutazione delle perdite per conduzione e per commutazione mentre quelle relative allo stato di interdizione (OFF) sono trascurabili.

2.1 MOSFET

Il MOSFET (Metal Oxide Silicon Field Effect Transistor) è un transistor ad effetto di campo. Ovvero la funzione di comando è la tensione sul Gate. La caratteristica statica è la seguente: La famiglia di rette (tracciate

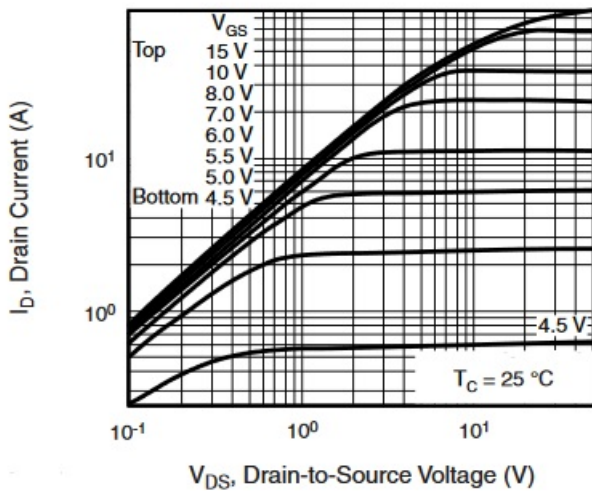


Figure 3: Caratteristica IRF640 (Vishay)

per differenti V_{gs}) presentano andamento analogo. Si

noti come diventano quasi orizzontali (in zona attiva) : caratteristica analoga di un generatore di corrente. Si nota un "accumulo" delle rette nella regione definita come "zona di saturazione": la pendenza è pari quindi alla resistenza di On (R_{on}). Se la tensione V_{ds} supera un certo valore (tensione di Breack Down V_{bd}) si ha la perdita di controllo: la famiglia di rette mostra infatti un andamento asintotico verso correnti elevate. In zona attiva, la corrente di drain può essere parametrizzata (generatore di corrente pilotato) :

$$I_d = (V_{gs} - v_{th})g_f \quad (1)$$

Dove V_{th} è la tensione di "th" (prima della quale non si inneschi la conduzione) e g_f prende il nome di "transconduttanza" (algebricamente è una conduttanza: il "tran" sta ad indicare che lega ingresso ed uscita). Il comportamento dinamico del MOSFET, invece, può essere descritto partendo dal modello statico aggiungendo le capacità tra i terminali, essendo il "comportamento ai terminali" l'oggetto di tale studio: La (1) non è la

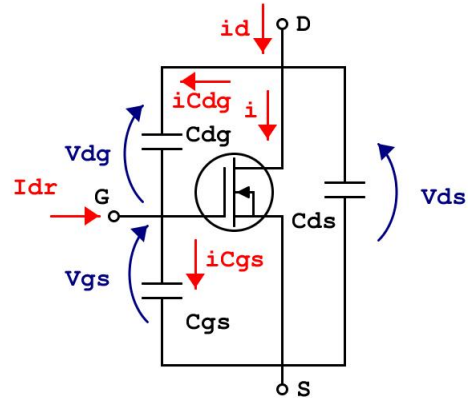


Figure 4: Modello a tre parametri del MOSFET

id dello schema, ma la corrente di drain del blocco "ideale". Infatti, imponendo una corrente di driver I_{dr} costante e scrivendo le equazioni ai nodi si ha:

$$\begin{cases} i_{C_{gs}} = C_{gs} \dot{v}_{gs} \\ i_{C_{dg}} = C_{dg} \dot{v}_{dg} \end{cases} \quad (2)$$

Riarrangiando il sistema si ottiene la seguente relazione:

$$I_{dr} + C_{dg}(\dot{v}_{ds}) = (\dot{v}_{gs})(C_{dg} + C_{gs}) \quad (3)$$

Notare come questa relazione evidenzia la capacità di ingresso (oltre all'interferenza tra segnale e potenza):

$$C_i = C_{dg} + C_{gs} \quad (4)$$

Per sostituzione della (1) alla (3) si ha:

$$I_{dr} + C_{dg}(\dot{v}_{ds}) = \frac{C_i}{g_f} \dot{i} \quad (5)$$

2.2 Dinamica delle commutazioni

Essendo il tempo di commutazione "piccoli" (dell'ordine dei us) i bipoli reattivi di potenza possono essere approssimati come generatori ideali, allo stesso modo il circuito di pilotaggio viene considerato come generatore di corrente ideale (pilotaggio a corrente impressa). Seppur non trattandosi di dispositivi lineari, è possibile linearizzare per "tratti temporali": ovvero, per ciascun tratto, valgono modelli "lineari".

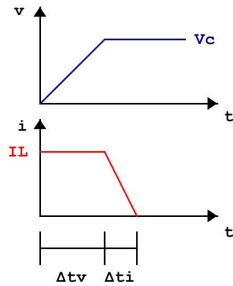


Figure 5: linearizzazione a tratti

La dinamica di corrente avviene a tensione costante, ovvero la tensione drain-source è pari alla tensione commutata V_c . Dalla (5), considerando la suddetta ipotesi, si può scrivere:

$$I_{dr} = \frac{C_i}{g_f} i \rightarrow i = I_{dr} \frac{g_f}{C_i} = \frac{I_{dr}}{\tau_i} \quad (6)$$

2.3 Turn-OFF

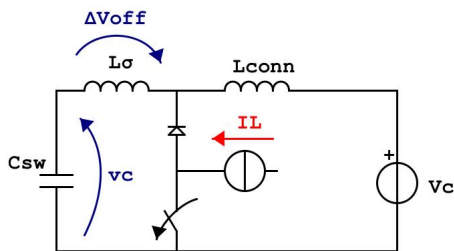


Figure 6: Fase di apertura

Le induttanze reagiscono alle aperture con delle sovratensioni. La situazione è la seguente: La ten-

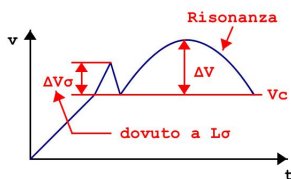


Figure 7: Andamento tensione sull'interruttore

sione sulla capacità è supposta costante durante la transizione. Le induttanze parassite (dovute a connessioni, layout ecc) generano delle sovratensioni:

$$\Delta V_{off} < L_{\sigma} \dot{i} \quad (7)$$

Oltre alla risposta agli impulsi di corrente si osserverà una risonanza dovuta alla compresenza nella maglia (vista dall'interruttore che la "taglia") di induttanze e capacità.

Rammentando che :

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_{\sigma} + L_{con}}{C_{sw}}} \quad (8)$$

Il picco della risonanza sarà:

$$\Delta V = Z_0 I_{Lmax} \quad (9)$$

Che dovrà essere tale da far rientrare la tensione ai capi dell'interruttore all'interno della S.O.A.:

$$\Delta V < V_{soa} - V_c \quad (10)$$

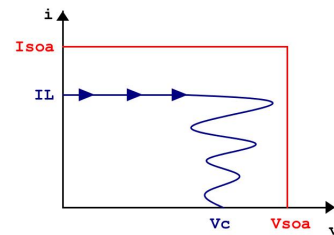


Figure 8: Turn off

2.4 Turn-On

Quando si inverte la tensione ai capi del diodo (imponendo tensione inversa) la corrente non si annulla istantaneamente. Le caratteristiche statiche non verranno dunque raggiunte istantaneamente. La corrente continuerà a scorrere anche nella polarizzazione inversa fino a si avrà disponibilità di portatori liberi. Un parametro da verificare nei datasheet è dunque il trr (time of reverse recovery):

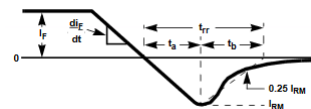


Figure 9: Fenomeno del Reverse Recovery

La situazione sull'interruttore sarà pertanto la seguente:

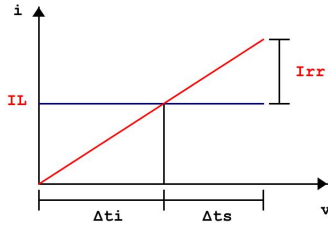


Figure 10: Fenomeno del Reverse Recovery

Considerando un andamento della corrente a rampa e che non varia nei sue sottoperiodi, si definisce il fattore di forzamento come:

$$F = \frac{I_{rr}}{I_L} = \frac{\Delta t_i}{\Delta t_a} \quad (11)$$

$$\dot{i} = \frac{I_L}{\Delta t_i} = \frac{I_{rr}}{\Delta t_s} \quad (12)$$

Data la geometria della forma di corrente è possibile calcolare l'energia di commutazione come area di un triangolo:

$$E_{tot} = \frac{1}{2}(I_L + I_{rr})(\Delta t_i + \Delta t_a)V_c \quad (13)$$

Normalizzando al prodotto di commutazione e riscrivendo la (13) come funzione di F per poi trovare il massimo (derivata pari a zero):

$$E = E_{tot} = \frac{1}{2}(I_L + I_{rr})(\Delta t_i + \Delta t_a)V_c \quad (14)$$

$$\frac{dE}{dF} \simeq \frac{1}{2}\{\Delta t_a[-\frac{1}{F^2} + 1]\} \quad (15)$$

Trascurando quindi la dipendenza del tempo di storage da F, ne risulta che F "ottimale" è F=1. Dalla (12) e dal grafico di figura 10, si determina la corrente di dimensionamento (S.O.A.)

$$I_{S.O.A.} = 2I_L \rightarrow I_{S.O.A.} = 2I_{RATED} \quad (16)$$

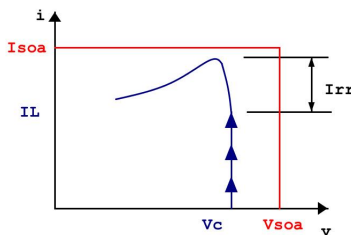


Figure 11: Turn on

3 Regolazione valori medi

Il deviatore cambia la morfologia del circuito. Si avranno pertanto due circuiti separati a seconda dello stato della funzione r(t): un circuito del primo ordine e uno del secondo ordine. Per quanto detto precedentemente è possibile accoppiare solo circuiti a natura reattiva duale e tale configurazione è coerente con i vincoli sopra descritti. I valori istantanei delle grandezze elettriche sono descritti dal seguente set di equazioni:

$$\begin{cases} v_L(t) = r(t)v_c(t) - [v_1(t) + v_0(t)] \\ i_C(t) = i_1(t) - r(t)i_L(t) \end{cases} \quad (17)$$

Il convertitore regola i **valori medi sul periodo**, pertanto si passa formalmente ad essi (i valori istantanei sono "subiti" dal circuito). NOTA: Se la funzione integranda è costituita dal prodotto di due funzioni ortonormali, l'integrale è scomponibile come prodotto degli integrali delle singole funzioni.

$$\begin{cases} \frac{1}{T} \int_0^T v_L(\tau) d\tau = \frac{1}{T} \int_0^T r(\tau)v_c(\tau) d\tau - \frac{1}{T} \int_0^T [v_1(\tau) + v_0(\tau)] d\tau \\ \frac{1}{T} \int_0^T i_C(\tau) d\tau = \frac{1}{T} \int_0^T i_1(\tau) d\tau - \frac{1}{T} \int_0^T r(\tau)i_L(\tau) d\tau \end{cases} \quad (18)$$

Di particolare interesse è il seguente termine, definito "Duty-Cycle":

$$D = \frac{1}{T} \int_0^T r(\tau) d\tau = \frac{1}{t_{on} + t_{off}} \int_0^{t_{on}} 1 d\tau = \frac{t_{on}}{t_{on} + t_{off}} \quad (19)$$

In termini di valori medi si ha:

$$\begin{cases} V_L = DV_c - [V_1 + V_0] \\ I_C = I_1 - DI_L \end{cases} \quad (20)$$

Una volta a regime il valor medio di tensione sull'induttore VL e il valor medio di corrente sul condensatore IC sono nulli, ergo:

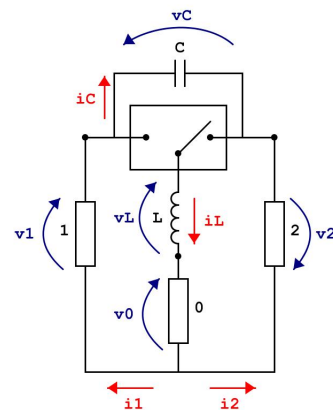


Figure 12: circuito canonico

$$\begin{cases} DV_c = [V_1 + V_0] \\ I_1 = DI_L \end{cases} \quad (21)$$

Da tale trattazione generale si derivano diversi tipo di convertitori come lo step-down e lo step-up.

4 Step-down

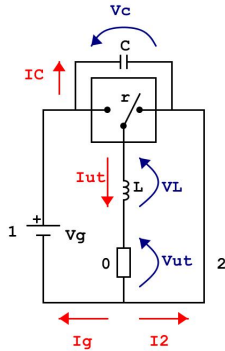


Figure 13: Step Down

4.1 Equazioni

Il bipolo 2 diventa un cortocircuito ($V_2 = 0$) mentre il bipolo 1 diventa un generatore di tensione V_g che coincide anche con la tensione sul condensatore (i versi scelti nello schema sono coerenti con tale disposizione). Il carico è rappresentato dal bipolo 0 (pertanto la corrente I_L diventa la corrente che attraversa l'utilizzatore (I_u). Con tale configurazione si ha:

$$\begin{cases} DV_g = V_{ut} \\ I_g = DI_{ut} \end{cases} \quad (22)$$

Il campo di esistenza del Duty Cycle va da 0 a 1 (0-100%), pertanto il campo di regolazione del dispositivo è il seguente:

$$0 < V_u < V_g \quad (23)$$

5 Dominio della frequenza di commutazione

Per avere uscita coerente con la richiesta è necessario che la modulazione sia sufficientemente elevata. La costante di tempo del polo deve essere superiore al periodo di modulazione. Dallo schema elettrico dello step-down si ricava il modello dinamico.

I disturbi additivi non hanno influenza sulle dinamiche. Considerando infatti un un modulatore, esso potrebbe essere schematizzato come segue:

Ora, considerando il ramo diretto: ignorando come già detto i disturbi alternativi, e calcolando la f.d.t. alla pulsazione di banda (ove è pari a 1) si riesce a risalire al valore di K_p :

$$G(S) = K_p * \frac{1}{V_g} V_g \frac{1}{SL} \quad (24)$$

$$|G(j\omega_{bw})| = K_p \frac{1}{\omega_{bw}L} = 1 \quad (25)$$

$$K_p = \omega_{bw}L \quad (26)$$

La corrente di uscita presenterà comunque una dinamica, ovvero sarà affetta da ripple. Questo ripple si propagherà nell'anello fino a raggiungere nuovamente il convertitore. Da qui nasce l'esigenza di garantire che la dinamica del convertitore domini su quella prodotta dal ripple di corrente. Condizione da imporre è che:

$$|\dot{D}^*|_{max} < |\dot{tr}|_{min} \quad (27)$$

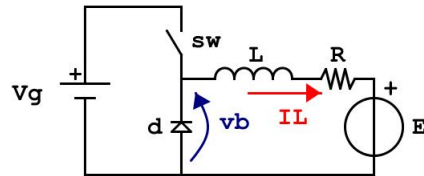


Figure 14: schema elettrico Step Down

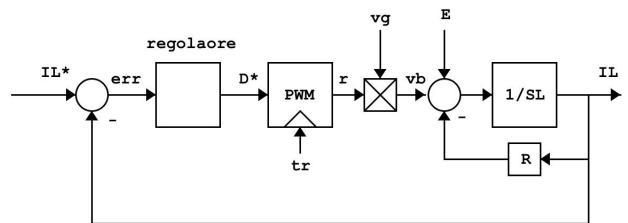


Figure 15: Schema a blocchi Step Down

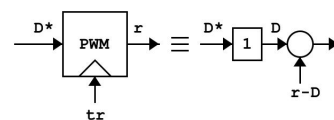


Figure 16: Modulatore

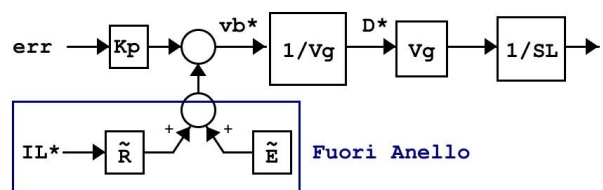


Figure 17: Ramo diretto senza disturbi alternativi

Noto il risultato (16) ottenuto per definizione di banda passante e considerando lo schema di figura (10), è agevolmente ricavabile la derivata di D^* :

$$D^* = \frac{I_L R + E + \omega_{bw} L (I_L^* - I_L)}{Vg} \quad (28)$$

$$|\dot{D}^*| = \frac{\omega_{bw} L}{Vg} \dot{i}_L \quad (29)$$

L'equazione della maglia di uscita in termini di valori istantanei consente di calcolare la derivata di corrente:

$$rVg = Ri_L + E + L\dot{i}_L \rightarrow \dot{i}_L = \frac{rVg - (Ri_L + E)}{L} \quad (30)$$

Considerando il sistema a regime è plausibile considerare che:

$$Ri_L + E \simeq DVg \quad (31)$$

Arrivando a calcolare la derivata di corrente come:

$$\dot{i}_L = (r - D) \frac{Vg}{L} \quad (32)$$

Sostituendo la (22) alla (19) si ha:

$$|\dot{D}^*| = \omega_{bw} (r - D) \quad (33)$$

L'errore istantaneo r-D assume valore massimo unitario:

$$|\dot{D}^*|_{MAX} = \omega_{bw} \quad (34)$$

La portante triangola "tr" isoscele garantisce che per ogni semiperiodo la "pendenza della rampa" sia massima. Infatti, chiamando T_{sw} (periodo di switching), considerando un triangolo isoscele:

$$|\dot{tr}|_{MIN} = \frac{2}{T_{sw}} \quad (35)$$

Mettendo in correlazione la (24) e la (23), data la relazione di confronto (17), si arriva alla relazione tra la frequenza di banda e la frequenza di switching che deve essere rispettata affinché si mantenga il controllo:

$$f_{bw} < \frac{f_{sw}}{\pi} \quad (36)$$

In conclusione, per avere uscita coerente con la richiesta, si deve avere una modulazione sufficientemente elevata.