

Stima ed effetti dei ripple

Matteo Gentileschi

Ciò che viene regolato da un convertitore DC/DC è il valor medio delle grandezze elettriche nel periodo di commutazione. I valori istantanei, di contro, vengono comunque subiti dal circuito ed è pertanto necessario eseguire una valutazione della magnitudo di tali fenomeni.

1 Regolazione valori medi

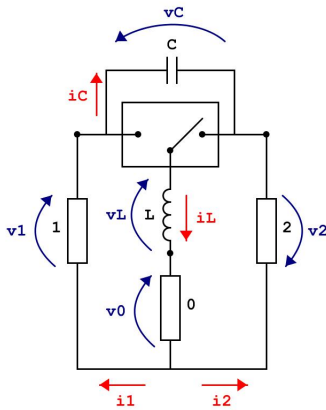


Figure 1: circuito canonico

Il deviatore cambia la morfologia del circuito. Si avranno pertanto due circuiti distinti a seconda della posizione dello stesso che è "pilotato" della funzione $r(t)$ (binaria): cambierà anche l'ordine del circuito. In questa sede si trascurano le dinamiche degli interruttori (pertanto il deviatore consente due stati discreti) e le relative cadute di tensione. I valori istantanei delle grandezze elettriche sono descritti dal seguente set di equazioni:

$$\begin{cases} v_L(t) = r(t)v_c(t) - [v_1(t) + v_0(t)] \\ i_C(t) = i_1(t) - r(t)i_L(t) \end{cases} \quad (1)$$

Il convertitore regola i **valori medi sul periodo**, pertanto si passa formalmente ad essi (i valori istantanei

sono "subiti" dal circuito):

$$\begin{cases} \frac{1}{T} \int_0^T v_L(\tau) d\tau = \frac{1}{T} \int_0^T r(\tau)v_c(\tau) d\tau - \frac{1}{T} \int_0^T [v_1(\tau) + v_0(\tau)] d\tau \\ \frac{1}{T} \int_0^T i_C(\tau) d\tau = \frac{1}{T} \int_0^T i_1(\tau) d\tau - \frac{1}{T} \int_0^T r(\tau)i_L(\tau) d\tau \end{cases} \quad (2)$$

Di particolare interesse è il seguente termine, definito "Duty-Cycle":

$$D = \frac{1}{T} \int_0^T r(\tau) d\tau = \frac{1}{t_{on} + t_{off}} \int_0^{t_{on}} 1 d\tau = \frac{t_{on}}{t_{on} + t_{off}} \quad (3)$$

In termini di valori medi si ha:

$$\begin{cases} V_L = DV_c - [V_1 + V_0] \\ I_C = I_1 - DI_L \end{cases} \quad (4)$$

Una volta a regime il valor medio di tensione sull'induttore deve essere nullo per garantire la costanza della corrente media (per dualismo, sarà nulla la corrente media sul condensatore). Da tale risultato derivano strutture quali ad esempio i convertitori step-down e step-up. Ora, si osservi che tali risultati sono validi a regime e a **"corrente non pulsata"**.

2 Stima del ripple

Per quanto riguarda il ripple di corrente si assume che essa abbia un andamento "a rampa". Questa approssimazione è consentita dal momento che i tempi di commutazione sono minori rispetto alle costanti di tempo e dei periodi di risonanza dei transistori che si innescano nelle variazioni della morfologia circuitale. Se venisse a mancare questa condizione, infatti, si evidenzerebbe un andamento non rettilineo come mostrato in figura 2.

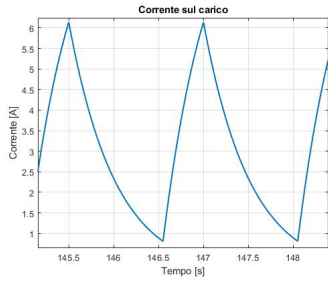


Figure 2: T_{sw} prossimo alla costante di tempo

La persistenza in uno stato (che si traduce nella frequenza di switching) deve essere opportunamente progettata. La corrente istantanea in uscita viene modellizzata come segue:

$$i_L(t) = I_L + \Delta I_{tr}(t) \quad (5)$$

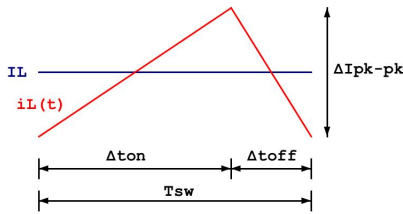


Figure 3: Andamento "triangolare" della corrente

Si appropria al problema constatando che il ripple di corrente è associato ad un ripple di flusso. Dalla relazione (1) si calcola la variazione di flusso come segue:

$$\Delta \Phi_{pk-pk} = \int_0^{\Delta t_{on}} v_L(t) dt = DT_{sw}(1-D)V_c \quad (6)$$

Tale risultato è ottenuto considerando che la tensione di uscita sia costante (d'altronde è la condizione ideale a cui si ambisce). La somma tra le variazioni di flusso nei due sottoperiodi deve essere nulla. Si suppone di essere lontani dalla saturazione magnetica e che quindi L sia costante ottenendo:

$$\Delta I_{pk-pk} = \frac{\Phi_{pk-pk}}{L} = \frac{DT_{sw}(1-D)V_c}{L} \quad (7)$$

$$\text{nota : } \hat{\Delta I} = \frac{\Delta I_{pk-pk}}{2} \quad (8)$$

3 Corrente pulsata

La (7) presenta un massimo per un duty-cycle del 50%

$$\Delta I_{max} = \frac{T_{sw}V_c}{8L} \quad (9)$$

Tale corrente viene nominata "corrente limite" ed è associata alla condizione di "energia minima" di funzionamento (immagazzinata dall'induttore). Quando

la corrente media raggiunge tale valore una cresta toccherà l'asse delle ascisse: si parlerà di condizione limite per la corrente pulsata. In caso di celle unidirezionali (es. step-down) la corrente non può andare oltre.

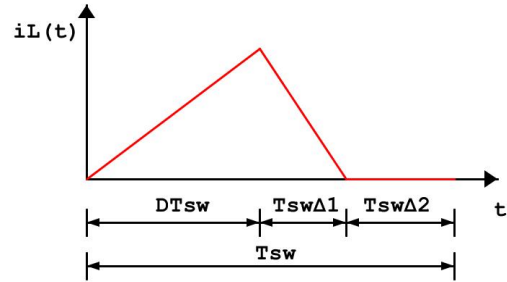


Figure 4: Corrente pulsata

La tensione di uscita V_0 si considera costante nel periodo di commutazione (si prenda, ad esempio, un motore DC) pertanto la "driving force" sull'induttore L sarà differente nei diversi sottoperiodi sovraindicati (la tensione di soglia del diodo viene trascurata):

$$|\Delta I_{pk-pk}| = \left| \frac{(V_C - V_0)DT_{sw}}{L} \right| = \left| \frac{-V_0\Delta_1 T_{sw}}{L} \right| \quad (10)$$

Da tale eguaglianza si ha:

$$\frac{V_0}{V_g} = \frac{D}{D + \Delta_1} \quad (11)$$

Il legame tra corrente media e corrente di picco può essere ricavato dal principio di conservazione della carica: L'area (integrale) della corrente istantanea deve eguagliare quella della corrente media I_0 nel periodo:

$$I_0 T_{sw} = \frac{\Delta I_{pk-pk}(D + \Delta_1)}{2} \quad (12)$$

A questo punto, miscelando la (10) la (11) e la (12) si ricava la relazione tra corrente media e tensione di uscita nella regione discontinua (vedi figura 5).

$$\frac{V_0}{V_C} = \frac{D^2}{D^2 + \frac{I_0}{4\Delta I_{max}}} \quad (13)$$

Pertanto, in condizione di corrente pulsata, il valor

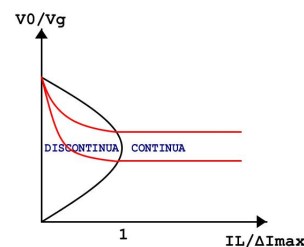


Figure 5: Uscita in funzione di I_0

medio di tensione in uscita dipende non solo dal duty-cycle ma anche della corrente media di uscita I_0 . Situazione che accade in condizioni di basso carico (es motore DC ad alta velocità).

4 Conseguenze dei ripple

Come si evince dalla (5) la corrente istantanea è parametrizzabile come somma di componenti continue e alternate (triangolari). Introducendo il **Fattore di ripple della corrente ("a")** :

$$a = \frac{\hat{\Delta I}}{I} \quad (14)$$

Si può riscrivere la grandezza istantanea (ad esempio la corrente) in termini del proprio valor medio e del fattore di ripple.

$$i_L(t) = I_L(1 + atr(t)) \quad (15)$$

Notare come tale scrittura, applicata anche alle tensioni, consenta di evidenziare sia la quantità dell'entità modulata (valor medio) che la qualità (fattore di ripple). I ripple si traducono nella necessità di avere S.O.A. maggiorata rispetto al caso ideale (no ripple):

$$S.O.A. = V_C(1 + u)I_L(1 + a) \quad (16)$$

Contenere i ripple implica un contenimento dei costi. Un condensatore ad esempio presenta dei limiti di tensione di utilizzo (picco) legati alla proprietà del dielettrico (rigidità dielettrica): essendo il costo dei condensatori prevalentemente dipendente dal dielettrico è evidente che il maggioramento del picco di tensione causato dal proprio ripple ha effetti sul costo. Di interesse pratico è il definire la "norma al quadrato" della corrente normalizzata al proprio valor medio, che consente poi la trattazione delle perdite:

$$\left\| \frac{i_L}{I_L} \right\|^2 = \frac{1}{T_{sw}} \int_0^{T_{sw}} [1 + atr]^2 dt \quad (17)$$

Che, data la natura triangolare della funzione, è agevolmente risolvibile come:

$$\left\| \frac{i_L}{I_L} \right\|^2 = 1 + \frac{a^2}{3} \quad (18)$$

Medesimo ragionamento per quanto riguarda la tensione, con relativo fattore di ripple "u", porta a scrivere:

$$\left\| \frac{v_L}{V_C} \right\|^2 = D(1 - D) - D\frac{u^2}{3} \quad (19)$$

La norma delle componenti alternate consente di valutare le perdite sulle "reattanze reali".

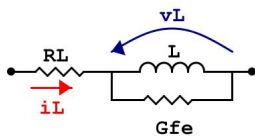


Figure 6: Modello induttore "reale"

Una reattanza reale è intrinsecamente costituita anche da elementi dissipativi. Il cavo degli avvolgimenti presenta inevitabilmente resistività non nulla (va tenuto conto anche dell'effetto pelle) inoltre vanno considerate nel perdite nel ferro (isteresi e correnti parassite). Le resistenze (e conduttanze) di perdita non influiscono sulla conversione essendo la potenza dissipata trascurabile in relazione alla potenza commutata ma ne peggiorano il rendimento. La conduttanza G_{fe} parametrizza le perdite nel ferro e mostra come tali perdite siano associate al valore istantaneo della forzante v_L .

Si tratta quindi del calcolo di una potenza attiva ed è pertanto necessario passare ai valori rms delle correnti e delle tensioni:

$$P = R_L I_{rms}^2 + G_{fe} V_{rms}^2 \quad (20)$$

Partendo dalle formulazioni sino a qui descritte è possibile arrivare ad una formulazione per la potenza (dissipata sulla resistenza serie) che tiene conto della dipendenza dalla frequenza.

$$P_{RL} = R_{DC} I_L^2 \left(1 + \frac{a^2 R_{HF}}{3 R_{DC}} \right) \quad (21)$$

La resistenza di "alta frequenza" (HF), descritta dalla normalizzazione con la resistenza in continua, presenta andamenti in frequenza tipici della propria conformazione (es tipo materiale magnetico, laminazione ecc). Notare che in continua (in generale a bassa frequenza) il rapporto tra le resistenze è unitario e la formulazione è alla guisa di quella di partenza.

5 Ponti ad H

Quanto detto sino ad ora ha carattere generale e può essere applicato ai ponti ad H. La stima del ripple di corrente è basata comunque sul calcolo dei flussi. La tensione ai capi di L è così scritta:

$$v_L = (m_d - M_d)V_C \quad (22)$$

Per agevolare la trattazione si effettua un "cambio di variabile": si passa dal tempo "t" alla variabile unitaria α . Con essa è possibile mettere in relazione la modulante direttamente con il periodo (definibile infatti come un periodo "normalizzato" a T_{sw}). Il valor medio nel periodo di una grandezza sarà così scrivibile.

$$X = \int_0^1 x(\alpha) d\alpha \quad (23)$$

A seguire una carrellata delle principali tecniche di modulazione per le quali si risolverà l'integrale (arrivando di conseguenza al ripple di corrente) :

$$|\Delta \phi_{pk-pk}| = V_C T \int \left| |m_d| - |M_d| \right| d\alpha \quad (24)$$

5.1 UNIPOLARE

Una gamba viene "modulata" mentre l'altra viene tenuta, nel periodo, in uno dei due livelli possibili ($m_2 = M_2$). Per il sottoperiodo in cui m_d (modulo) è 1 si ha:

$$\Delta\phi_{pk-pk} = V_{CT} \int_0^{\Delta\alpha(|m_d|=1)} |1 - |M_d|| d\alpha \quad (25)$$

Dalla definizione di " α " (19) si ha che :

$$\Delta\alpha(|m_d| = 1) = |M_d| \quad (26)$$

$$\frac{\Delta\phi_{pk-pk}}{V_{CT}} = |M_d|(1 - |M_d|) < \frac{1}{4} \quad (27)$$

5.2 Bipolare naturale

La modulazione **bipolare naturale** consiste nel pilotare le due gambe con il medesimo indice ma negato (m_d permanentemente unitario in modulo, m_c sempre nullo). Le tensioni di uscita delle gambe saranno quindi le medesime ma in controfase pertanto lo saranno anche i contenuti armonici: non vi sarà dunque cancellazione armonica (dal momento che l'uscita è data dalla differenza tra le due) quindi non vengono sfruttati tutti i gradi di libertà. La risposta in ripple sarà pertanto la medesima di un convertitore a singola cella.

$$\Delta\alpha(m_d = +1) = \frac{1 + M_d}{2} \quad (28)$$

$$\int_0^{\Delta\alpha(m_d=+1)} (1 - M_d) d\alpha = \frac{1 - M_d^2}{2} < \frac{1}{2} \quad (29)$$

Notare che si ha ripple anche in caso di modo differenziale medio nullo.

5.3 Bipolare controfase

Le due gambe sono pilotate con indici di gamba negati e sfasati di mezzo periodo. Il carico è soggetto a forzante con frequenza doppia: questo si traduce in benefici in termini di ripple. In questo caso comunque la trattazione matematica può essere tralasciata e considerarlo come fosse unipolare ma a frequenza doppia.

5.4 Confronto tra le tecniche di modulazione

Il fattore di ripple si dimostra quindi funzione di M_d .

$$\alpha = f(M_D) \quad (30)$$

A seguire un confronto dei fattori di ripple tra le varie tecniche di modulazione normalizzate a quella della bipolare naturale (che è la peggiore):

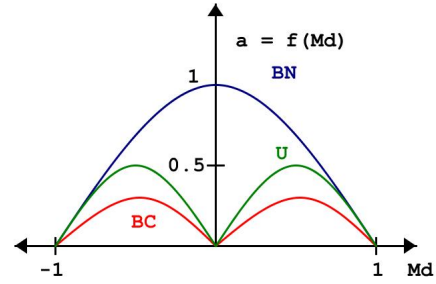


Figure 7: confronto tra i fattori di ripple

6 Limite fsw (step-down)

Ad anello chiuso la dinamica di corrente influisce sulla dinamica di D:

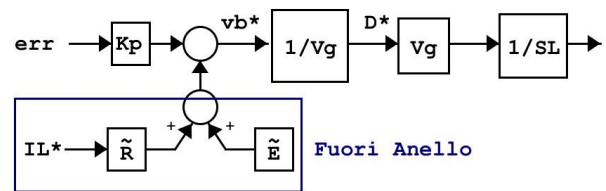


Figure 8: Ramo diretto senza disturbi alternativi

Matematicamente si ricava che:

$$K_p = \omega_{bw} L \quad (31)$$

Si dimostra quindi che esiste una correlazione ben specifica affinché si abbia controllo:

$$|\dot{D}^*|_{max} < |\dot{tr}|_{min} \quad (32)$$

$$|\dot{D}^*| = \omega_{bw}(r - D) \quad (33)$$

Di cui la derivata massima:

$$|\dot{D}^*|_{MAX} = \omega_{bw} \quad (34)$$

La portante triangola "tr" isoscele garantisce che per ogni semiperiodo la "pendenza della rampa" sia massima:

$$|\dot{tr}|_{MIN} = \frac{2}{T_{sw}} \quad (35)$$

In questo caso le commutazioni vengono distribuite uniformemente su tutto il periodo (massimizza la dinamica). Si arriva alla relazione tra la frequenza di banda e la frequenza di switching:

$$f_{bw} < \frac{f_{sw}}{\pi} \quad (36)$$

In conclusione, per avere uscita coerente con la richiesta, si deve avere una modulazione sufficientemente elevata (C.V.D.).